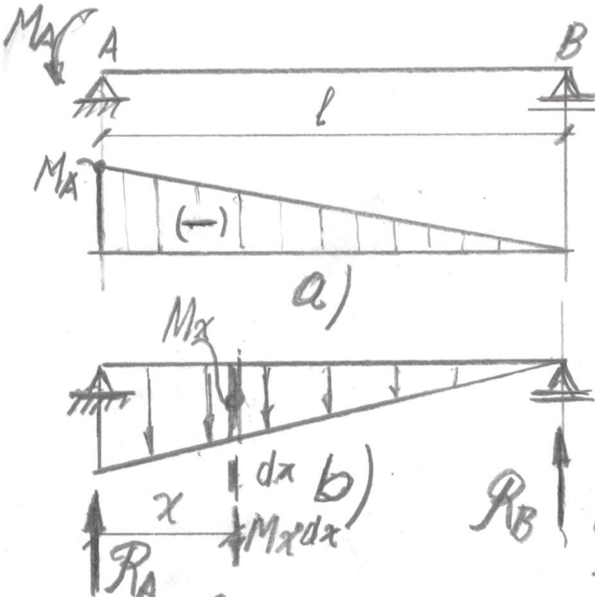
Para la viga, con la carga indicada, tendremos un diagrama de momentos flectores (recordar que lo dibujamos "patas arriba"), como el indicado a continuación. (a). Si ahora tomamos dicho diagrama, como si fuera una carga, y lo dibujamos "patas abajo", como lo solemos hacer en matemática. Si calculamos las reacciones, éstas valdrían: (b)



$$M_x = -M_A\frac{x}{l} + M_A \Rightarrow$$

$$R_A = -\int_0^l M_x \frac{l-x}{l}\,dx =$$

$$= -\int_0^l \left(-M_A\frac{x}{l} + M_A\right)\frac{l-x}{l}\,dx = -M_A\int_0^l \left(-\frac{x}{l}+1\right)\frac{l-x}{l}\,dx =$$

$$= -M_A\int_0^l \left(-\frac{x}{l}+\frac{l}{l}\right)\frac{l-x}{l}\,dx = -\frac{M_A}{l^2}\int_0^l (l-x)(l-x)\,dx =$$

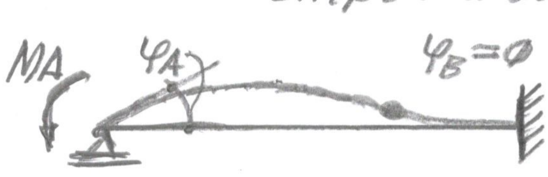
$$= -\frac{M_A}{l^2}\int (l-x)^2 dx = -\frac{M_A}{l^2}\int (l^2-2lx+x^2)\,dx =$$

$$= -\frac{M_A}{l^2}\left[l^2x - \frac{2lx^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right]_0^l = -\frac{M_A}{l^2}\left(l^3 - l^3 + \frac{l^3}{3}\right) = -\frac{M_A l}{3}$$

A su vez: $R_B = -M_A l/6$

Si el extremo "B" de la barra estuviese empotrado:

$$R_A = -\frac{M_A l}{4} \qquad R_B = 0$$



Entonces:

Articulado-articulado

$$\varphi_A = -\frac{M_A l}{3EJ}\ ;\ \varphi_B = \frac{M_A l}{6EJ}$$

Articulado-empotrado

$$\varphi_A = -\frac{M_A l}{4EJ}\ ;\ \varphi_B = 0$$