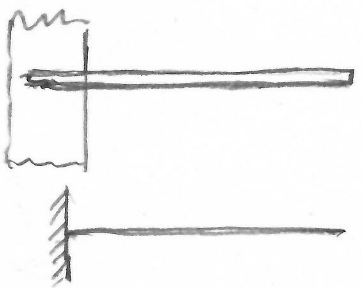
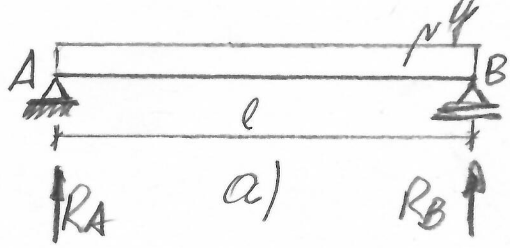
Vigas con Voladizos (Ménsulas)

Solemos designar como "ménsula" a una viga empotrada en un muro (o algo así).

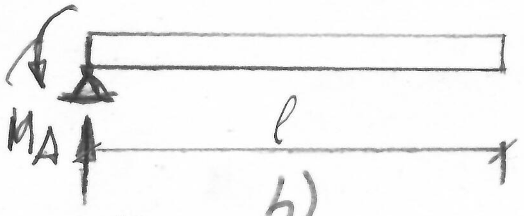


Se simboliza con una línea, que pretende ser el eje y una "especie" de "rastrillo" que significa el empotramiento. Cuando se tienen vigas cuyo(s) extremo(s) vuelan más allá de los apoyos, solemos llamarlos voladizo(s).

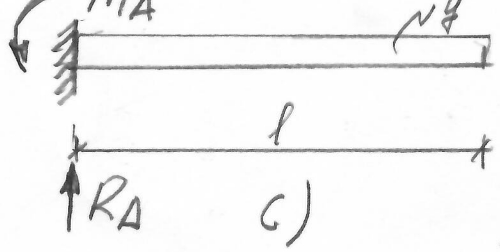
El cálculo estático de las ménsulas, o de la parte del voladizo de una viga; consiste en calcular las reacciones, que ahora contienen un momento. Veamos como habría que reflexionar al respecto. Supongamos tener una viga de un tramo como en a)



Se tendrían dos reacciones iguales $R_A = R_B = q\ell/2$.



Quitemos, ahora el apoyo "B" como se muestra en b). La R_B deberá correrse al apoyo "A"



Cuando una fuerza se corre paralela a sí misma aparece una cupla igual al valor de la fuerza por la distancia corrida

$$M_A = -q\ell/2 \cdot \ell = -q\ell^2/2$$

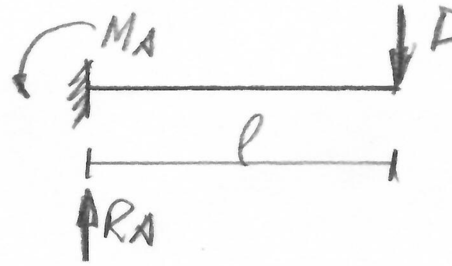
$R_A = q \cdot \ell$

$M_A = -q\ell^2/2$

Ésta equilibra el conjunto. Y hace que en el extremo "A" la "articulación" no gire. Sería equivalente al apoyo empotrado, como se ilustra en c). Entonces $R_A = q \cdot l$; y $M_A = -q l^2/8$

El extremo "A" de la barra no gira porque está empotrado. Si tuviésemos una carga concentrada:

$R_A = P$ y $M_A = -P \cdot l$

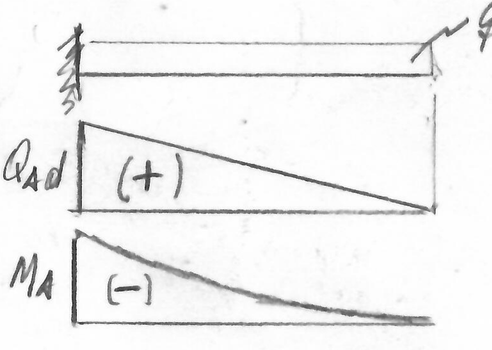


El esfuerzo de corte:

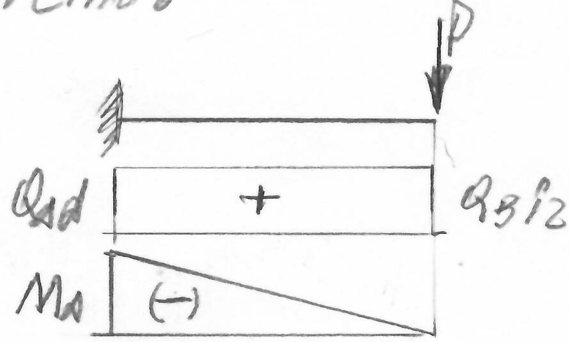
$Q_{Ad} = P = Q_{Biz}$

El momento flector: $M_A = -P l$; $M_B = 0$

Para la carga repartida "q" (en toda la luz)



Y, para la concentrada en el extremo:



Las ecuaciones:

$Q_x = Q_{Ad} - q \cdot x$

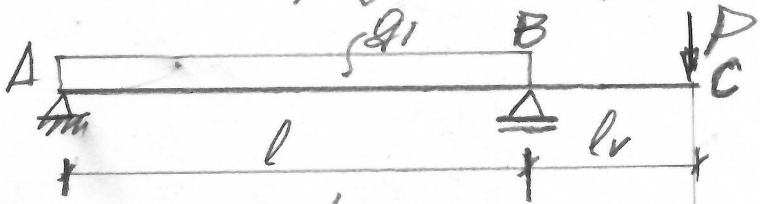
$M_x = M_A + R_A \cdot x - q\, x^2/2$

$Q_x = Q_{Ad}$

$M_x = M_A - R_A \cdot x$

Cuando tenemos un "voladizo", éste no está perfectamente empotrado, sino elásticamente empotrado (gira elásticamente).

Convendría comenzar el cálculo con el momento de apoyo. Pongamos:



$$M_B = -P \cdot l_V$$

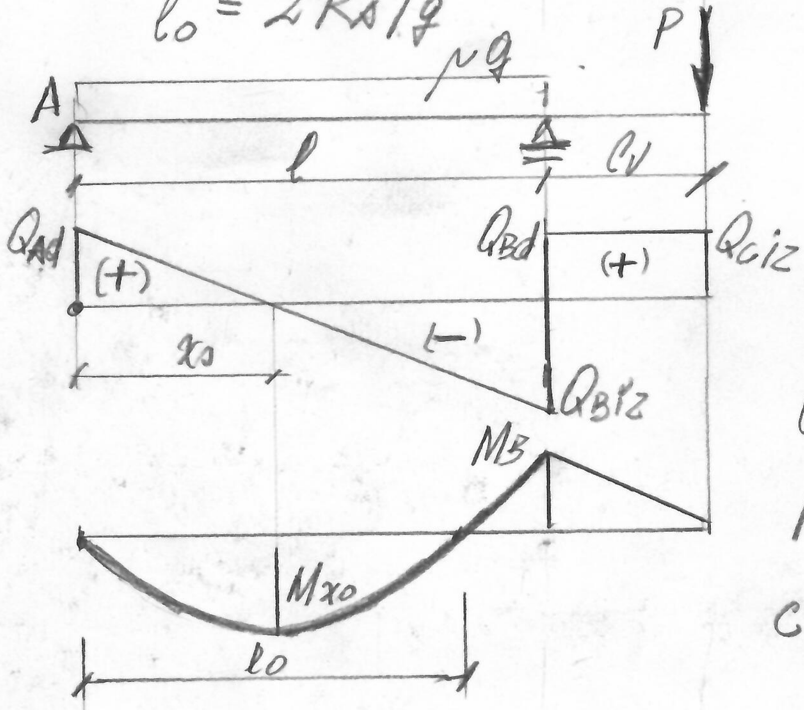
$$R_A = ql/2 + M_B/l = Q_{Ad}\ ;\ x_0 = R_A/q$$

$$R_{Biz} = ql/2 - M_B/l = -Q_{Biz}$$

$$R_{Bd} = P = Q_{Bd}$$

$$M_{x_0} = R_A \cdot x_0 - q\,x_0^2/2 = R_A^2/(2q)$$

$$l_0 = 2R_A/q$$



ECUACIONES

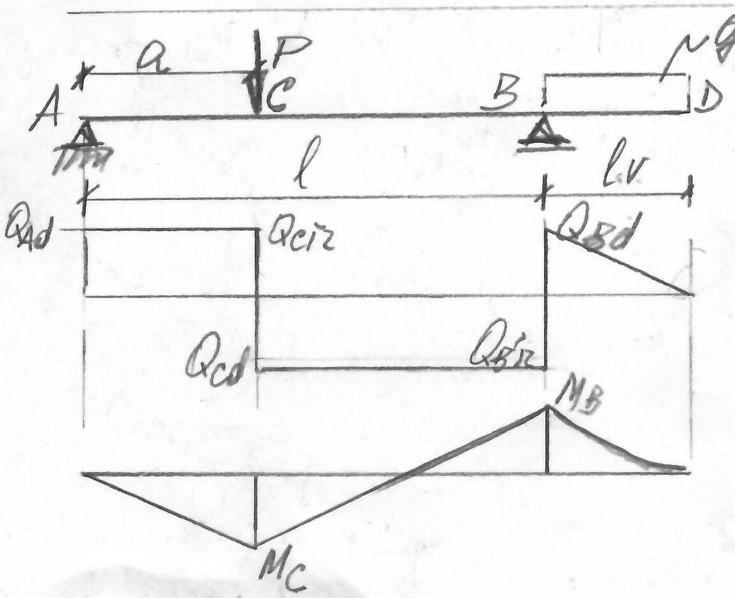
$$Q_x^{I} = R_A - q \cdot x$$

$$M_x^{I} = R_A \cdot x - q\frac{x^2}{2}$$

$$Q_x^{II} = Q_{Bd}$$

$$M_x^{II} = M_B - Q_{Bd} \cdot (x - l)$$

cero en "A"



$$M_B = -q_V \cdot l_V^2/2$$

$$R_A = \frac{P(l-a)}{l} + M_B/l$$

$$R_{Biz} = \frac{P\,a}{l} - M_B/l$$

$$Q_{Ad} = R_A\ ;\ Q_{Biz} = -R_{Biz}$$

$$Q_{Bd} = q_V \cdot l_V$$

$$M_C = R_A \cdot a$$