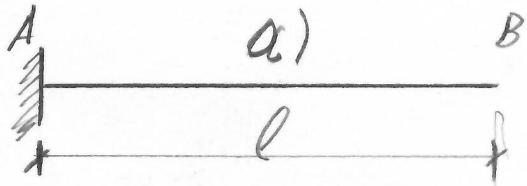
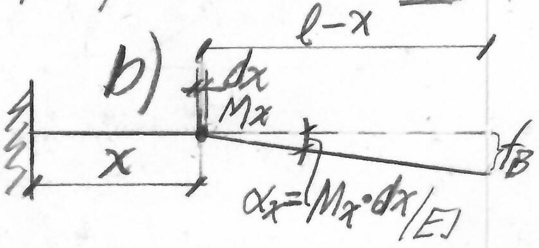
Estudio de las deformaciones por flexión

Tomemos una barra empotrada en un extremo (vinculación isostática); y apliquemos algunas "elucubraciones".



barra sin cargas ($E \cdot J = cte$).

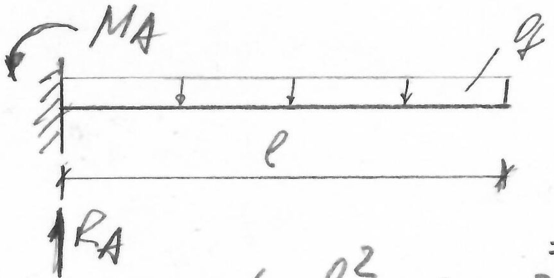
Apliquemos un $\underline{M_x}$ en un punto "dx" ($M_x = (-)$), a la distancia "x" del origen.



Aparecerá un ángulo $\alpha_x = M_x \cdot dx / (E \cdot J)$ (radián) (ángulo elemental).

El extremo "B" descenderá: $f_B = \alpha_x \cdot (l - x)$ (descenso elemental).

Si ahora ponemos una carga y escribimos la ecuación del momento "M_x":



$R_A = q\,l\,;\ M_A = -\,q\,l^2/2$

$$M_x = M_A + R_A \cdot x - q\,x^2/2 = -q\,l^2/2 + q\,l\,x - q\,x^2/2 =$$

$$= q\left(-\frac{l^2}{2} + l x - \frac{x^2}{2}\right) = q\left(l x - \frac{l^2}{2} - \frac{x^2}{2}\right)$$

Poniendo esta expresión en lugar de "M_x" tendremos:

$$\varphi_x = \int_0^x q\left(l x - \frac{l^2}{2} - \frac{x^2}{2}\right) dx / EJ = q\left(\frac{l x^2}{2} - \frac{l^2 x}{2} - \frac{x^3}{6}\right) / EJ$$

$$\text{ó } \frac{q}{2}\left(l x^2 - l^2 x - \frac{x^3}{3}\right) / EJ$$

Para el extremo "B", el ángulo valdrá:

$$\varphi_B = \frac{q}{2EJ}\left(\ell^3 - \ell^3 - \frac{\ell^3}{3}\right) = -\frac{q\,\ell^3}{6EJ}$$

Y, el descenso total: $\eta_B = f_{máx}$

volviendo a integrar:

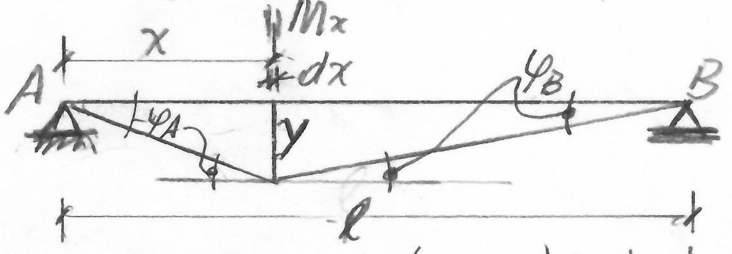
$$\eta_x = \frac{q}{2EJ}\left(\frac{\ell x^3}{3} - \frac{\ell^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right) \Rightarrow \text{para: } x = \ell$$

$$\eta_B = \frac{q}{2EJ}\left(\frac{\ell^4}{3} - \frac{\ell^4}{2} - \frac{\ell^4}{12}\right) = -\frac{q\,\ell^4}{8EJ}$$

Para cada tipo de carga, se escribe la ecuación de M_x; y se reemplaza.

Usamos la convención inglesa (positiva)

Veamos ahora una transformación, para trabajar "entre apoyos" Sea:



Elejimos $M_x = (+)$ Igual que antes tendremos, ahora,

$$\alpha_x = M_x \cdot dx / EJ = |\varphi_A| + |\varphi_B|$$

Los ángulos "φ_A" son iguales entre sí por alternos internos; Lo mismo pasa con los "φ_B"

Se puede plantear:

$$\varphi_A = \frac{y}{x}\ ; \ \varphi_B = \frac{y}{\ell - x} \qquad \left.\begin{array}{l} |\varphi_A| = \dfrac{y}{x} \\ |\varphi_B| = \dfrac{y}{\ell - x} \end{array}\right\}$$

Dividiendo M. a M.

$$\frac{|\varphi_A|}{|\varphi_B|} = \frac{\ell - x}{x}\ ; \quad |\varphi_A| + |\varphi_B| = \frac{M_x \cdot dx}{EJ}$$