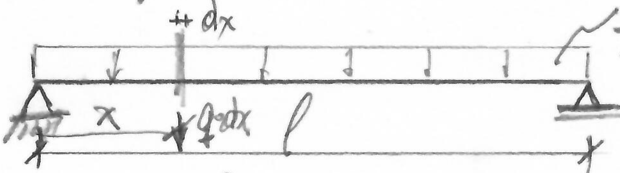
FLECHA MÁXIMA

Vamos a deducir la fórmula para calcular la flecha máxima, para una viga de sección constante. Isostática, con carga uniforme, que abarque toda la luz.



Usando integrales, calculamos, primero las reacciones:

$$R_A = \int_0^l q\,dx\,\frac{l-x}{l} = \frac{q}{l}\int_0^l (l-x)\,dx = \frac{q}{l}\left[lx - \frac{x^2}{2}\right]_0^l =$$

$$= \left[qx - q\frac{x^2}{2l}\right]_0^l = ql - q\frac{l}{2} = \underline{ql/2} = R_B$$

Escribimos la ecuación de la carga: $q_x = q$ (cte). (−)

Integrando por "dx", y usando "R_A", como constante; escribimos la ecuación del corte:

$$Q_x = \int_0^x -q\,dx + R_A = \left[-qx\right]_0^x + R_A = \underline{R_A - q\cdot x} =$$

$$= ql/2 - qx = q(l/2 - x)$$

Volvemos a integrar y escribimos la ecuación de

$$M_x = \int_0 Q\,dx = \int_0^x q(l/2 - x)\,dx = \left[q\frac{lx}{2} - q\frac{x^2}{2}\right]_0^x =$$

$$= q\left(\frac{lx}{2} - \frac{x^2}{2}\right) = \underline{\frac{q}{2}(lx - x^2)} \quad (\text{cte} = 0)$$

Si ahora introducimos el módulo de rigidez a la flexión: "E·J", y volvemos a integrar (usando, por ahora, la constante: "$-ql^3/24EJ$"; obtenemos la ecuación de los ángulos φ_x:

$$\varphi_x = \left(\int_0^x \frac{q}{2}(lx - x^2)\,dx - ql^3/24\right)/EJ = \underline{\frac{q}{2}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{l^3}{12}\right)\frac{1}{EJ}}$$

$$\varphi_x = q\left(\frac{l x^2}{4} - \frac{x^3}{6} - \frac{l^3}{24}\right)\frac{1}{EJ}\,; \left(cte = -q\,l^3/24EJ\right)^*$$

Integramos nuevamente y obtendremos la ecuación de la línea elástica: (η_x (eta)$_x$)

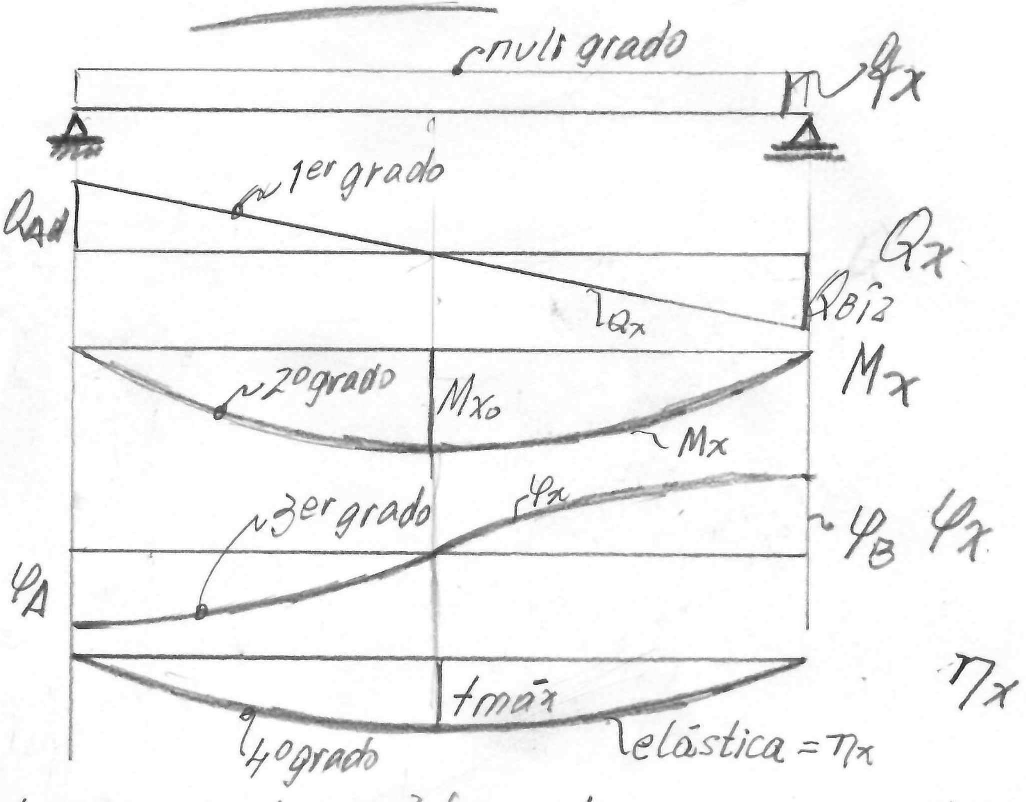
$$\eta_x = \frac{q}{EJ}\left(\frac{l x^3}{12} - \frac{x^4}{24} - \frac{l^3 x}{24}\right) \quad (cte = \varnothing)$$

Ésta es una parábola de cuarto grado, con máximo en el centro de la luz; poniendo que $x_0 = l/2$, tendremos:

$$f_{m\acute{a}x} = \frac{q}{EJ}\left(\frac{l x_0^3}{12} - \frac{x_0^4}{24} - \frac{l^3 x_0}{24}\right) =$$

$$= \frac{q}{EJ}\left(\frac{l^4}{96} - \frac{l^4}{384} - \frac{l^4}{48}\right) = -\frac{q}{EJ}\frac{5}{384}l^4 =$$

$$= -\frac{5}{384}\frac{q\,l^4}{EJ} \quad \text{(valor que se da a: } \tfrac{l}{2}\text{)}.$$



* La constante $-q\,l^3/24EJ$, la veremos en otro lugar